

Montélimar
22 Mars 2017



Prise en compte des difficultés des élèves en mathématiques aux cycles 2 et 3

Marie-Lise PELTIER

Maître de conférences en didactique des mathématiques

Laboratoire de didactique André Revuz
Université Paris Denis Diderot
Collections Opération Maths, Euro Maths
et Mosaïque Calcul mental (Ed. Hatier)



Équipe Euromaths

Collection Opération maths



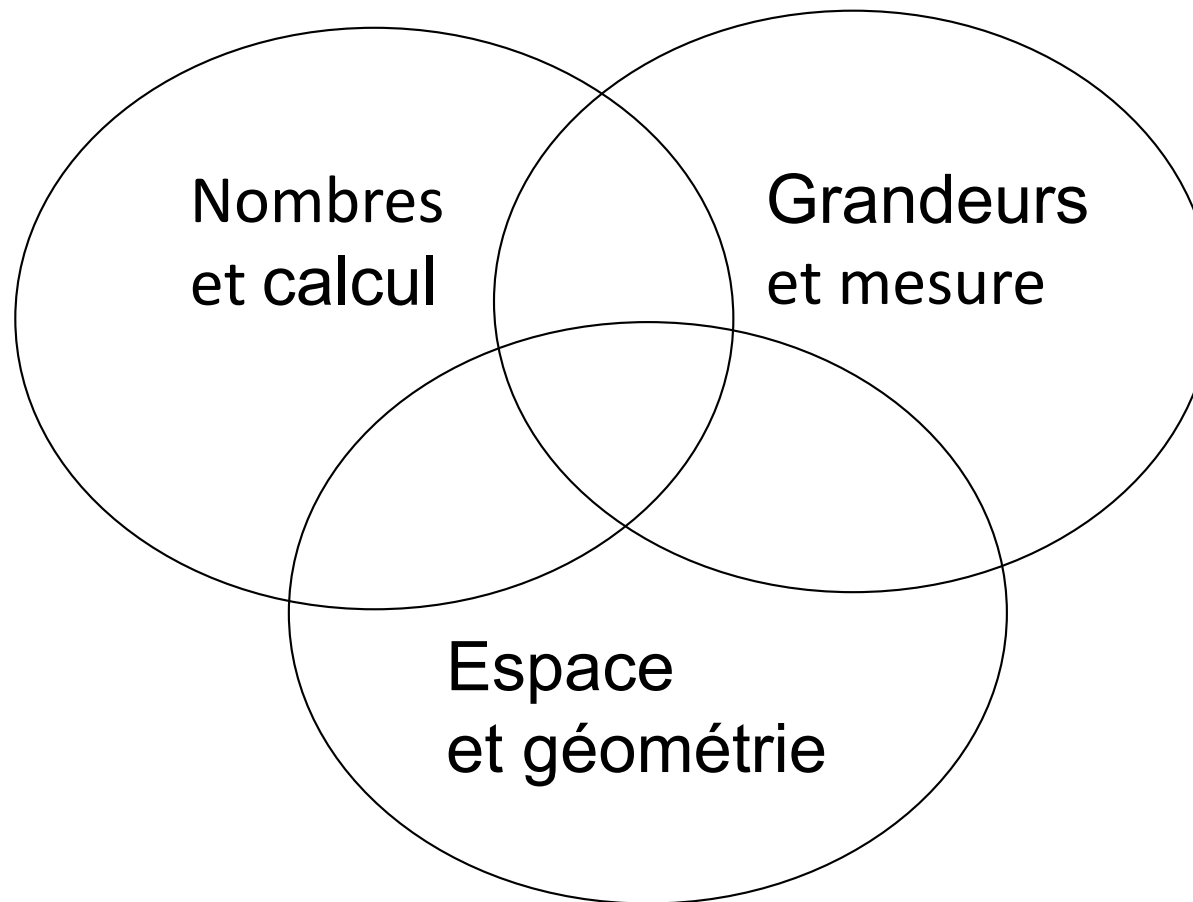
- Marie-Lise Peltier, Laboratoire LDAR Université Paris Diderot
- Joël Briand, laboratoire DAEST Université Bordeaux 2
- Bernadette Ngono, IUFM, Université Rouen
- Danielle Vergnes Laboratoire LDAR Université Paris Diderot
- Yannis Ben Boujema, Professeur des écoles, maître formateur
- Eric Roditi, Laboratoire EDA Université Paris Descartes
- Marc Sampo, Professeur des écoles

Les programmes 2016

En mathématiques, 6 compétences se déclinent de la maternelle à l'université

- Chercher
- Modéliser
- Représenter
- Reasonner
- Calculer
- Communiquer

3 domaines imbriqués



La rubrique « organisation et gestion de données »
est intégrée à chacun des domaines

Un accent mis sur 3 points essentiels

- L'articulation très forte entre nombres et grandeurs qui entraîne un point de vue de la résolution de problème en tant qu'activité de modélisation de situations faisant intervenir les grandeurs.
- L'étude de différentes représentations des nombres, qu'elles soient langagières ou symboliques (désignations orales, décompositions/ recombpositions, demi droite graduée..) et de leurs liens
- Un point de vue sur le calcul qui est la conséquence des deux points précédents :
 - le calcul est "motivé" par les situations qu'il permet de résoudre (sans manipulations),
 - il est nourri des équivalences entre les différentes désignations des nombres.

De ce fait les techniques opératoires usuelles n'interviennent que lorsque le besoin s'en fait sentir, progressivement sur les 3 années du cycle 2 et le CM1.

En guise d'introduction :
Des « situations » pour apprendre,
à proposer à **tous les élèves**

Comparons 2 scénarios pour introduire l'addition au CP

Scénario 1

Manipulation et comptage

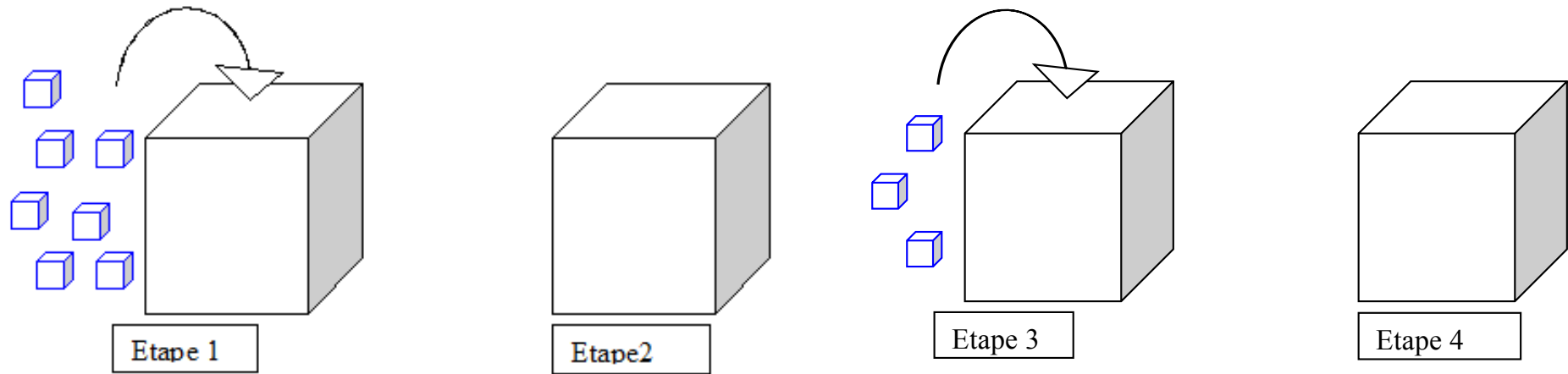


$$7 + 3 = 10$$

L'écrit traduit l'observation

Scénario 2

Représentation, prévision, validation



$$7+3 = ?$$

L'écrit permet la mathématisation
On émet des hypothèses

... puis on ouvre la boîte
L'observation permet la validation

Le milieu matériel est le même.

Le milieu d'apprentissage est différent.

Scénario 1: ostension du résultat qui permet la mise en œuvre du comptage.

L'écrit vient répéter ce qui a déjà été constaté.

Scénario 2 : évocation des objets, nécessaire pour émettre des hypothèses, stratégies à la charge de chaque élève, validation par confrontation au réel

Les écrits sont un moment de production de savoirs et de modélisation.

Ce qui détermine l'activité mathématique des élèves
ce n'est pas seulement le choix du problème,
c'est aussi sa « mise en scène »

L'activité proposée dans le scénario 1 permet de
comprendre la « règle du jeu », l'écrit est ici inutile

C'est le scénario 2 qui permet la construction du sens de
l'addition et l'introduction d'un écrit fonctionnel

~~Le scénario 1 : pour les élèves en difficultés~~

~~Le scénario 2 : pour les autres~~

Tous les élèves doivent être confrontés au scénario 2

C'est ce couple **problème/dispositif**
que nous appelons situation d'apprentissage

La présence du matériel permet l'appropriation du problème

La nécessité de prévoir ou d'anticiper permet le développement d'une activité mentale et oblige la construction de procédures de résolution

Le retour à la manipulation permet la validation des prévisions

La synthèse permet de la mise en évidence de l'objet d'apprentissage

Constats préoccupants

Pour de multiples raisons (formation réduite, confusion entre évaluation et apprentissage, utilisation massive des sites et des blogs sur internet, etc.) la mise en œuvre, à des moments cruciaux des apprentissages, de situations « clés », permettant la construction effective de connaissances chez les élèves, n'est pas conçue comme une priorité.

Le fichier ou le manuel de l'élève permet le travail de tous les jours, une organisation de la classe, des activités différenciées en multi-niveaux, etc.

mais son efficacité dépend de situations « clés » qui ont été abordées ou non

Plan

Introduction

- I. Réflexions sur les difficultés des élèves en mathématiques
- II. Quelques résultats de recherche sur les choix pédagogiques des professeurs
- III. Des choix et des outils efficaces pour envisager la « différenciation »

Conclusion

Cadre théorique

La double approche didactico-ergonomique

(Robert, Rogalsky)

Deux points de vue :

- les apprentissages mathématiques des élèves (*les scénarios, les formes de travail, les échanges*)

- didactique des mathématiques

- le métier d'enseignant entre contraintes et investissement singulier (*selon 5 composantes institutionnelle, sociale, médiative, cognitive et personnelle*)

- approche dérivée de l'ergonomie cognitive

La sociodidactique

(Bautier, Rochex)

La construction des inégalités scolaires

I. Réflexions sur les difficultés des élèves en mathématiques

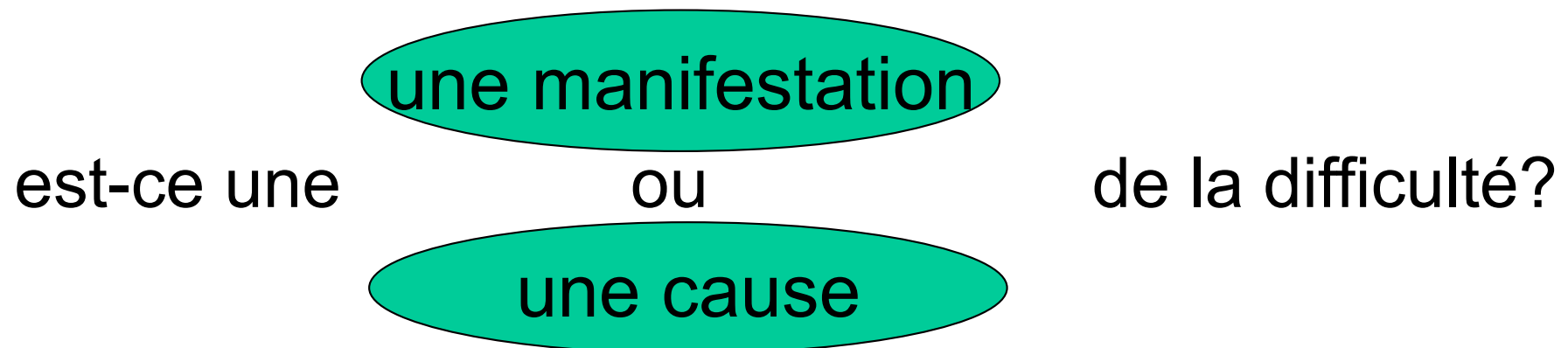
Parle-t-on des résultats?

Parle-t-on des comportements, des attitudes?

Parle-t-on des causes?

Parle-t-on des manifestations?

Ainsi, lorsque l'on parle de manque de motivation



Nécessité de réfléchir aux rapports entre
difficulté ($\neq$ facilité)
erreur ($\neq$ vérité),
échec ($\neq$ réussite)

Et aux différents types d'échecs

- échec ponctuel/état d'échec
- échec passager/durable
- échec électif/ global

Lien entre échec et erreur

Exemples :

CE1: Ecrire en chiffres: soixante douze

Réponse d'un élève : 612

CM2 : Comparer 3,23 et 3,4

Réponse d'un élève : $3,4 < 3,23$

Pour l'élève: il s'agit d'un échec à l'exercice, (un problème, un contrôle...)

Pour le professeur

l'échec doit être interprété en terme d'erreur traduisant une conception inadéquate

- de la numération orale (CE1)
- des nombres décimaux (CM2)

qu'il doit identifier de manière à pouvoir apporter une aide adaptée

But à atteindre au cours de l'apprentissage

Conduire les élèves à interpréter leurs échecs en termes d'erreurs

- et non en terme de hasard -

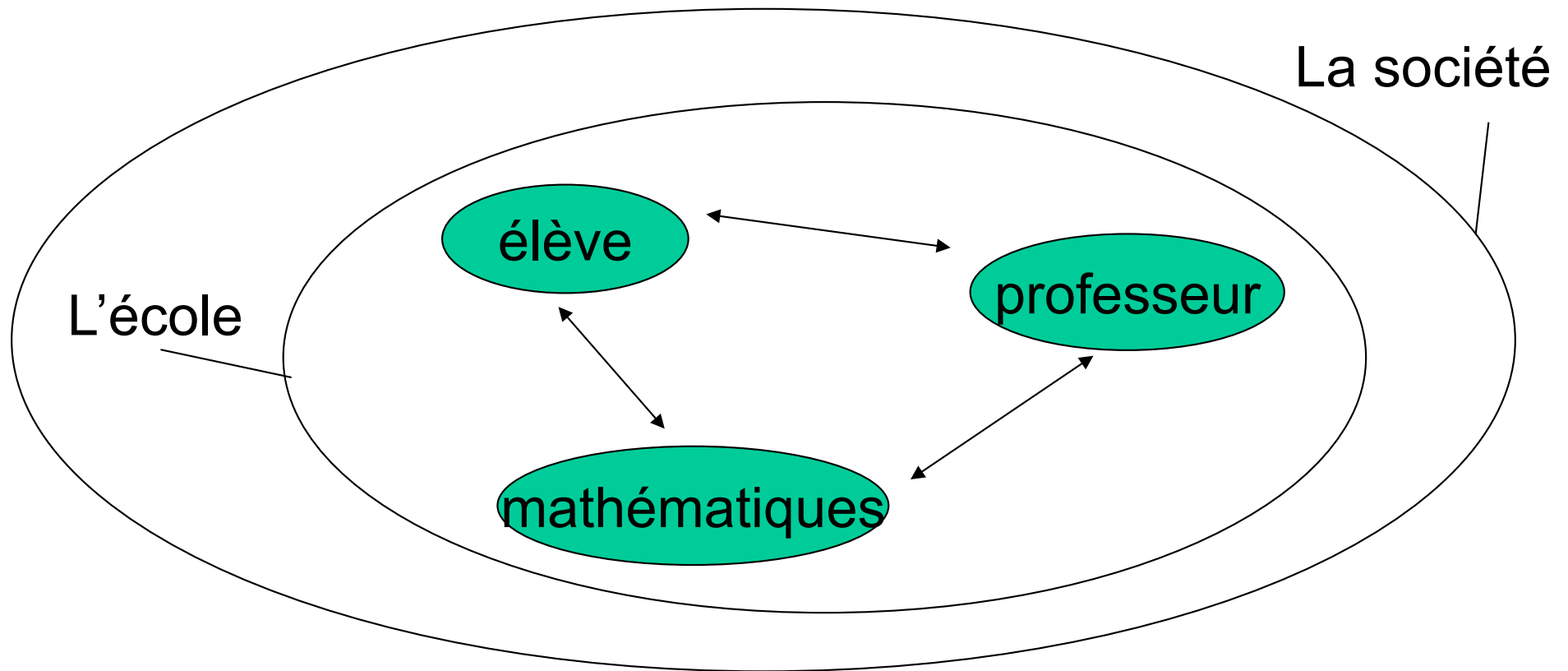
en développant leur capacité à revenir sur ce qui s'est passé, l'analyser, en tenir compte pour les tentatives ultérieures

Si dans les exercices la moitié des items sont réussis malgré une conception erronée risque important de renforcer chez les élèves fragiles l'idée que réussites ou d'échecs sont dus au hasard

Pour le professeur
nécessité de revenir sur la conception de
l'apprentissage qui consisterait à aller du
simple au complexe

Les causes des difficultés ?

Les causes des difficultés sont souvent imbriquées
→ nécessité d'interroger le système didactique



On peut repérer et analyser les causes

- du côté des familles
- du côté de l'élève
- du côté des mathématiques
- du côté des injonctions institutionnelles
- du côté des choix didactiques et
pédagogiques des professeurs

1. Du côté des familles

La logique de l'école est

« transparente » pour certains élèves et leurs familles
car ils sont des « natifs scolaires »

« opaque » pour d'autres élèves et leurs familles

Difficultés à identifier

- les enjeux d'apprentissage des situations proposées
- les «savoirs implicites » que l'école n'enseigne pas
- les attentes de l'école en terme de travail

Difficultés à comprendre

- le nécessaire investissement personnel dans l'étude
- la posture intellectuelle de décontextualisation

Difficultés à interpréter les résultats lors des évaluations

2. Du côté des élèves

Comment caractériser un élève en difficulté en mathématiques

Perrin (1993), Butlen, Pézard (1993, 2003), Butlen (2004)

➤ Aspect quantitatif

échec à des items réussis à 80% par la classe d'âge
en général items de niveau $n-2$ pour une classe de niveau n

Une remarque importante:

Statistiquement : grande stabilité du taux d'élèves réputés en échec dans une classe

Conséquence de la régulation du « contrat » de classe,
jugée nécessaire par le professeur, les élèves, les
parents...

➤ Aspect qualitatif

Des constats fréquents

Les élèves dits «en difficulté »

- manquent d'initiative et de confiance dans leurs propres connaissances
- manquent de méthode
- ont des difficultés en « lecture »
- manifestent un attrait pour les manipulations, les tâches techniques
- se lassent rapidement et veulent toujours du nouveau
- ils peuvent se construire une image dévalorisée d'eux-mêmes, ce qui peut avoir une répercussion sur leur comportement
- ils peuvent également se conformer aux attentes de l'enseignant sans réellement apprendre

Des hypothèses explicatives

Les élèves en difficulté peuvent

- ne pas identifier les enjeux des situations proposées
- croire qu'il suffit de rester au niveau de l'action
- ne pas identifier le lien entre l'action et le savoir institutionnalisé
- ne pas comprendre la nécessité de « capitaliser » le savoir
- ne pas comprendre la nécessité de leur engagement et leur part de responsabilité dans l'acte de « l'étude »

3. Du côté des mathématiques

Des obstacles nombreux tout au long de la scolarité auxquels sont confrontés **tous** les élèves

Obstacles épistémologiques liés à la nature même des mathématiques

« C'est dans l'acte même de connaître intimement qu'apparaissent par une sorte de nécessité fonctionnelle des lenteurs et des troubles. La compréhension s'acquiert contre une connaissance antérieure en détruisant des connaissances mal faites »

Gaston Bachelard (1919 - Le nouvel Esprit scientifique)

Un obstacle se manifeste par des erreurs,

- Ces erreurs ne sont pas dues au hasard.
- Ces erreurs sont reproductibles, persistantes.
- Elles sont liées entre elles par une source commune : une conception construite à partir d'une "connaissance" ancienne ou issue des pratiques sociales
 - qui était valable dans un certain domaine d'actions,
 - mais qui ne l'est plus dans le nouveau

Un exemple : les extensions successives de la notion de nombre

- La soustraction :

« 4 - 7 ça ne se peut pas » jusqu'en CM2

4 - 7 = - 3 ensuite (dans l'ensemble des entiers relatifs)

- La notion de moitié :

« 3 n'a pas de moitié parce qu'il est impair » en CE1

Tous les nombres ont une moitié dès le CM1

- La notion de successeur :

« Le successeur de 7 c'est 8 » jusqu'en CE2

7 n'a pas de successeur dans l'ensemble des décimaux dès le CM1

- L'ordre dans l'ensemble des nombres décimaux

Un petit exercice...

Essayons de ranger les « mots » suivants comme s'ils étaient dans un dictionnaire
(les lettres étant 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

110 12 1005 2 10034 105 1026

Liste initiale :

110 12 1005 2 10034 105 1026

Ordre lexicographique

10034 1005 1026 105 110 12 2

Placer un zéro et une virgule devant chacun des nombres de la liste initiale

0,110 0,12 0,1005 0,2 0,10034 0,105 0,1026

Ranger cette liste en ordre croissant

0,10034 0,1005 0,1026 0,105 0,110 0,12 0,2

L'ordre des décimaux est le même que celui du dictionnaire : il s'agit donc d'une rupture.



Mais aussi des savoirs « cachés » non enseignés ou peu enseignés

quelques exemples

- L'énumération
- La transformation du concept de classement en celui de classification, nécessaire à la compréhension des inclusions de familles de quadrilatères
- La droite numérique
(alors que l'on s'en sert dans les représentations graphiques dès le C2 et pour les décimaux en C3)

Et des difficultés inhérentes à la langue française

Des exemples

- La numération orale n'est pas une transcription de la numération chiffrée

C'est une numération à part entière avec des règles de fonctionnement qui lui sont propres

De plus en français de France : de nombreuses anomalies dans la première centaine

- Le fonctionnement de langue dans des situations de communication

Et des difficultés liées aux modes de désignation ou de représentation

Des exemples

- $\frac{3}{4}$ doit être considéré comme un nombre alors qu'on en voit deux
- On ne dispose pas de signe opératoire pour la division euclidienne
- On cherche à schématiser parfois à tort

3,24
↙ ↘

partie entière partie décimale

*Risque majeur :
penser que la partie décimale de 3,24 c'est 24*

4. Du côté de l'institution

Moyens mis en œuvre pour « lutter contre l'échec »

- Structures différenciées
- Effectifs des classes
- Pédagogie différenciée
- Individualisation des parcours
- Ateliers d'aide personnalisée
- Aide aux devoirs...

➤ L'institution scolaire et la « société civile » attendent des professeurs que leurs élèves « **réussissent** »

d'où une tension entre
logiques d'enseignement visant

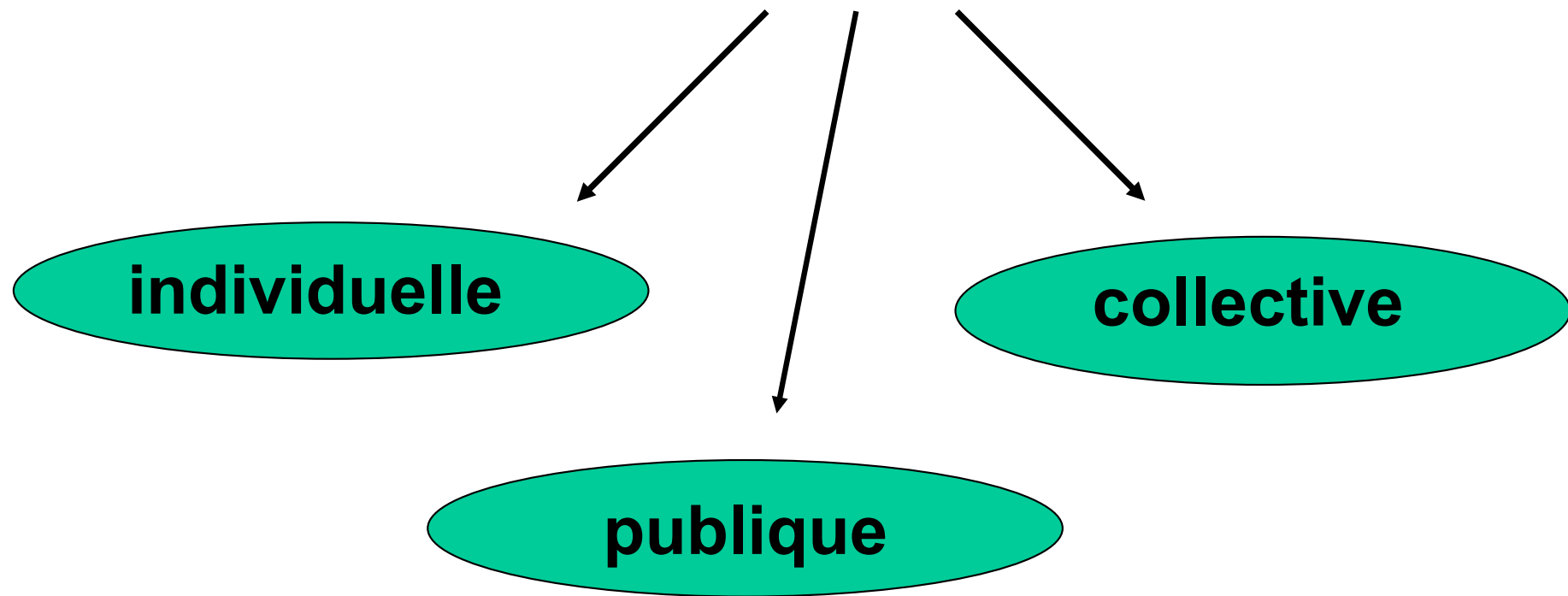


**la réussite
immédiate**

**l'apprentissage à
moyen et long terme
la mise en réseau des
connaissances**

- L'institution préconise l'individualisation des parcours tout en maintenant la structure de la classe

D'où une tension entre
différents modes de gestion



➤ L'institution préconise de « **différencier** »

Ce qui se traduit souvent pour les plus faibles par



Une simplification des tâches



Une centration sur des tâches techniques sur
fiches de niveau n à $n-2$, *notamment*
l'acquisition d'algorithmes de calcul)



Une aide du type: « je te montre, fais pareil »

risque majeur



Perte de l'enjeu d'apprentissage
Baisse sensible des exigences
Déresponsabilisation des élèves

5. Du côté des choix didactiques et pédagogiques des professeurs

Ils peuvent découler

- des injonctions institutionnelles
- de la « doxa professionnelle »
- du rapport de l'enseignant aux mathématiques

Ils correspondent toujours à une intention louable : aider les élèves à réussir

Mais de nombreux choix visent à notre insu la réussite immédiate plus que l'apprentissage

Quelques exemples...

Choix d'exercices « sans dangers »

★ *Exemple en C2 : la numération des entiers*

Pour faire comprendre aux élèves la valeur des chiffres selon leur position le professeur propose des décompositions de nombres entiers en centaines, dizaines, unités, qu'il énonce dans l'ordre d'apparition des chiffres

Il entraîne puis évalue ses élèves sur des exercices

exemple : Ecrire en chiffres le nombre

6 centaines 7 dizaines 4 unités

Les élèves « réussissent »...

... mais, confrontés à ce nouvel exercice

Trouve parmi les nombres proposés celui qui convient.

« j'ai 4 centaines, 3 dizaines, 7 unités. Qui suis-je? ».

« J'ai 15 dizaines et 7 unités. Qui suis-je? »

« J'ai 7 dizaines. Qui suis-je »

« J'ai 4 unités et 6 dizaines. Qui suis-je? »

14 64 22 700 157
437 7 70 46 604

Voici leur résultats
(% de réussites)

	CE1	CE2
437	90	92,6
157	75	92
70	45	48
64	11	18,5

➤ Proposer dès le début de l'apprentissage
des décompositions dans le désordre

★Exemple en C3 : les décimaux

Rappelons quelques erreurs fréquentes:

E_1 : $4,2 \times 2,3 = 8,6$ car 4 fois 2 font 8 et 2 fois 3 font 6

E_2 : $5,8 + 2,3 = 7,11$ car 5 et 2 font 7 et 8 et 3 font 11.

E_3 : $3,2 < 3,13$ car $2 < 13$

E_4 : 2,63 et 2,64 sont des décimaux consécutifs
car il n'y a pas de nombre entre 63 et 64.

Ces erreurs traduisent la plupart du temps une conception erronée des nombres décimaux

- découlant souvent de la manière dont ils ont été introduits (par exemple à partir du système métrique),
- non remise en cause en raison d'un enseignement allant du simple au complexe

Un choix d'exercices qui semblent difficiles

1. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants :

4 5,677 3,15 3,14 5,5 E3

2. Calculer

3,58 + 105,34 E2

54,75 - 23,56 E2

49,2 x 3 E1

3. Trouver un nombre entre 2,34 et 2,37 E4

Et pourtant ... les élèves peuvent avoir tout juste en appliquant uniquement des règles erronées

Choix d'exercices de niveau n-1 (ou n-2) pour les plus faibles

- ★ CE1: la classe travaille sur un problème additif complexe
*« Laura a 45 images, elle en a 10 de moins que Yanis.
Combien d'images Yanis a-t-il? »*

Les élèves « en difficulté » sont regroupés et font sur une fiche « le problème » :

*« Nina a 7 images, Saïd en 5 images,
Dessine les images de Nina puis celles de Saïd.
Combien d'images ont-ils en tout »*

Cet exercice de niveau CP, est choisi pour ne présenter aucune difficulté, mais c'est un exercice de dénombrement qui ne permet pas aux élèves d'apprendre l'addition

★ CM1 pour étudier la division

La classe travaille sur le problème :

« Pour expédier ses 426 œufs, le fermier les met sur des plateaux de 24 œufs. De combien de plateaux a-t-il besoin ? »

Les élèves en difficultés ont eux à résoudre le problème :

« Pour le goûter d'anniversaire de Brendon, maman a acheté 18 gâteaux. Il y a 4 enfants. Combien de gâteaux aura chaque enfant ? » (l'expression « partage équitable », jugée trop difficile, a été supprimée)

- procédures de résolution proches de l'action
- partage pas toujours équitable
- reste partagé

Où est la division euclidienne visée?

➤ Eviter au maximum la différenciation à priori

Simplification ou modification de la tâche

Résolution du problème par l'enseignant
Rabatement sur des tâches techniques

Exemple en CM2

problème initial :

« Pour traiter ses arbres fruitiers, un agriculteur doit mélanger trois produits dont les masses respectives sont 4,5 kg; 550 g et 12 kg. Quelle sera la masse du mélange? »

Extrait du dialogue professeur/élèves dans les minutes suivant la lecture de l'énoncé :

P : 4,5 kg ça fait combien de grammes?

Es : 45

E 4 500

*P : oui, 4 500 **g** et 12 kg ça fait combien de grammes?*

Es : 1 200

P : non non

E: 12 000

*E : c'est ça Eloi, ça fait 12 000 **g***

P : bon alors qu'est-ce qu'il faut faire

Es: une addition

*P : Oui, il faut donc **additionner***

P+Es 4 500 oui +...550 oui+...12 000 oui, allez-y

Pourquoi avoir donné cet énoncé puisque la tâche des élèves consiste simplement à effectuer l'addition

$4\,500 + 550 + 12\,000$?

➤ **Laisser un temps de recherche sans intervenir**

Exemple en CE1 :

Le « problème » suivant est inscrit au tableau:

Zina joue aux billes.

Au début de la partie, elle possède 28 billes.

A la fin de la partie, elle a 50 billes.

A-t-elle gagné ou perdu des billes ?

Combien ?

Résolution collective par un jeu de questions réponses
qui se termine par :

« il faut donc calculer $50 - 28$. Allez-y »

➤ Maintenir l'incertitude sur le choix de l'opération

Utilisation de matériels qui évitent le travail cognitif :

★ CP: matériel de numération déjà structuré en dizaines: c'est le matériel qui « construit » la dizaine!

➤ Préférer un matériel simple :
buchettes et élastiques, cubes emboîtables,
jetons et sachets plastiques
Carreaux et plaques dizaines



Les élèves doivent pouvoir retrouver les 10 unités dans la dizaine, mais doivent aussi pouvoir concevoir la dizaine comme une nouvelle unité de compte

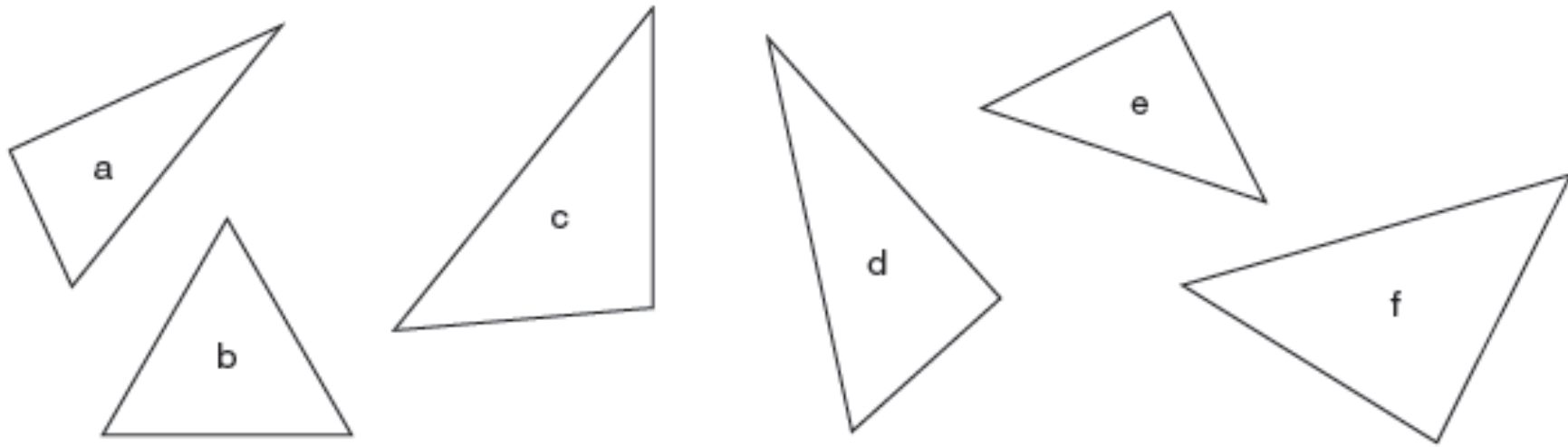
★ CE1 Tableau de numération ou de conversion en imposant un chiffre par colonne

Ce sont les entêtes du tableau qui indique la valeur de chaque chiffre

➤ Préférer un tableau de numération outil :

centaines 	dizaines 	Unités 
		245
	24	5
2	4	5

★ CE2 Gomme sur l'angle droit de l'équerre...
Colorie les angles droits, utilise ton équerre



Confusion entre activité cognitive « repérer les angles droits d'après l'image mentale que l'on en a » et activité manuelle « manipuler l'équerre et passer en revue tous les angles pour voir si on peut mettre dessus celui qui a la gomme »

➤ Préférer les consignes qui mettent en avant l'activité cognitive : « repère les angles droits, mets une croix, puis vérifie avec ton équerre »

Faire apprendre des « règles », des « techniques » au détriment du sens

Exemple : Règle « des zéros »

« pour multiplier un nombre par 10 on écrit un 0 à la droite du nombre »

Conséquence éventuelle 2 ans plus tard :

$$3,6 \times 10 = 3,60 \text{ ou } 3,6 \times 10 = 30,60$$

➤ Travail sur le sens :

« Quand on multiplie un nombre par 10, ses unités deviennent des dizaines »

5 x 10, c'est 5 dizaines, c'est 50

Enseigner les techniques avant le sens

Exemple : Étudier les tables de multiplication avant de rencontrer des situations multiplicatives

Conséquence éventuelle : les élèves savent effectuer des calculs mais ne savent pas résoudre des problèmes

➤ L'apprentissage d'une opération doit impérativement commencer par l'étude des situations qui lui donnent son sens.

Aller des cas simples aux cas complexes

Exemple en CE1 : enseigner la soustraction posée sans retenue avant celles avec retenues

Conséquence éventuelle: la procédure consistant à calculer l'écart entre les chiffres des unités, puis l'écart entre ceux des dizaines donne le résultat dans le premier cas, pas dans le second

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 23 \\ \hline 34 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 27 \\ \hline 35 \end{array}$$

➤ Commencer l'étude par les cas complexes

Exiger prématurément la mise en œuvre de techniques conventionnelles

Exemple : présentation de la rédaction d'un problème avec d'un côté la « solution » d'un autre « les opérations ».

➤ Accepter des procédures personnelles « même artisanales » et des techniques transitoires aussi longtemps que nécessaire.

Exemple pour l'addition:

$$\begin{array}{r} 47 \\ + 38 \\ \hline 15 \\ 70 \\ \hline 85 \end{array}$$

Le but de la différenciation, c'est **réduire les différences initiales** entre les élèves en proposant à chacun un itinéraire adapté, mais sans perte d'exigence et sans lacunes

Ce n'est pas moduler les objets d'enseignement suivant les élèves en fonction de critères divers, de manière à ce que tous « réussissent » des tâches de nature et de complexité différentes.

C'est développer à tout moment l'activité de pensée en exhibant le sens de ce que l'on est en train d'étudier

III. Des choix et des outils efficaces pour envisager la « différenciation »

➤ des choix **didactiques**

- développer le sens des connaissances
- prendre en compte les obstacles liés à l'acquisition de certains savoirs
- remettre en cause une conception de l'apprentissage allant du simple au complexe
- remettre en cause l'idée que la simplification des tâches et/ou la répétition permet l'acquisition
- repenser le rôle du concret et des manipulations dans l'apprentissage de l'abstraction
- repenser la notion d'aide...

Les outils de la didactique des mathématiques sont très pertinents pour proposer des situations à fort **potentiel d'apprentissage**, c'est à dire dans lesquelles les élèves ont à développer une activité cognitive relative à la notion étudiée parce que la question engage non une action mais une réflexion

un exemple très simple concernant la formulation de la consigne pour un exercice de comparaison de deux nombres: 3,27 et 3,8

Consigne A : mets le signe qui convient : < ou >

Consigne B : trouve le nombre le plus grand, entoure-le, mets le signe qui convient : < ou >

- Peu de différenciation a priori
- Des **activités communes à tous** pour introduire les nouvelles notions, mais en jouant sur
 - les variables didactiques disponibles
 - les différents cadres de résolution
 - les modes de travail
- Et surtout des activités spécifiques de consolidation **avant** ces situations communes à tous pour que les élèves plus fragiles puissent en bénéficier

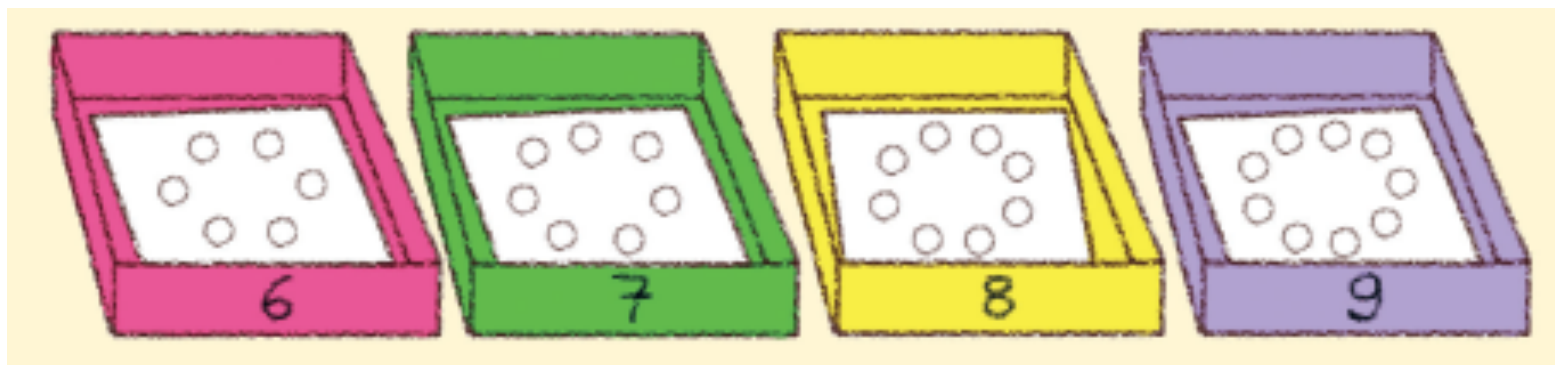
1. Choix de situations

- consistantes
- centrées sur l'anticipation ou la prévision
- dans lesquelles le rôle de la « manipulation » est contrôlé
 - dans lesquelles le langage écrit ou oral a une réelle fonction
- avec un **étayage** - tout au long du processus de dévolution
- articulées entre elles de manière à contrôler :
 - *le processus de construction des connaissances
 - *leur transformation en savoirs décontextualisés
 - *l'entraînement permettant la mémorisation

★ Situations consistantes

CP : Travail sur les compositions et décompositions des nombres en lien avec les réunions et fractionnements de collections : « Le bon panier »

Puis ce travail est repris à l'écrit



Rose a le message $6 + 3$. Dans quelle boîte prend-elle une carte ? ..



Colorie les ronds pour vérifier.



Complète : $6 + 3 = \dots$

CM : Restauration de figures mettant en jeu les notions à travailler

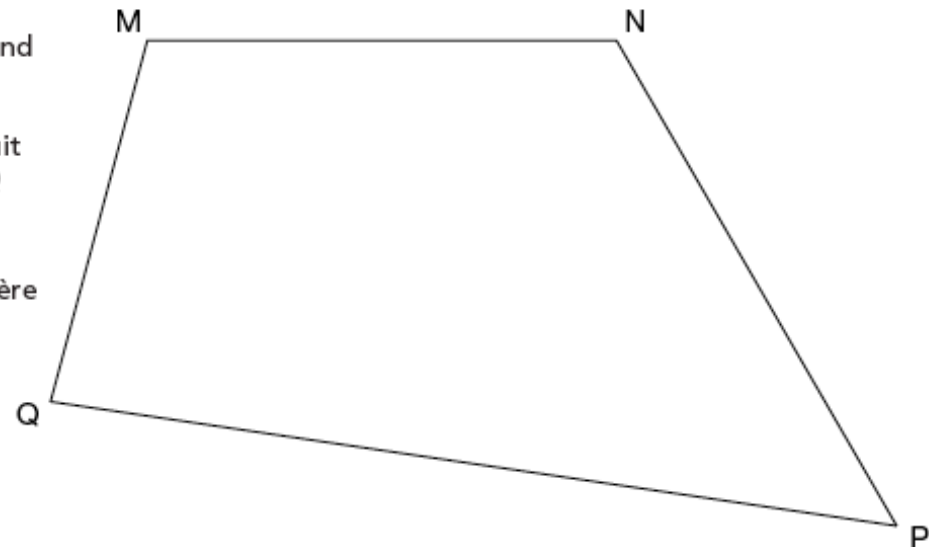
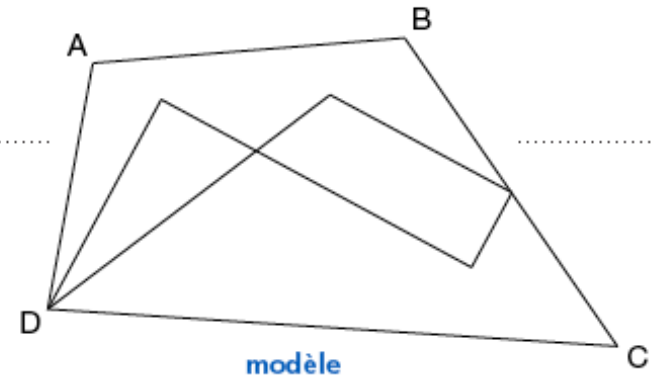
- alignements,
 - milieux,
 - orthogonalité,
 - parallélisme
- et nécessitant un travail d'analyse géométrique de la figure



DÉCOUVERTE

① Il faut reproduire la figure modèle en décalquant seulement le quadrilatère ABCD. Cherche les propriétés de la figure modèle qui vont te permettre de terminer la reproduction.

② Il faut maintenant construire en plus grand une figure semblable à la figure modèle. Qwang a déjà construit le quadrilatère MNPQ en agrandissant le quadrilatère ABCD. Décalque le quadrilatère MNPQ et termine la construction.



Prévoir des aides pour l'analyse de la figure, à distribuer quand les élèves en ont besoin

★ Situations d'anticipation

Un exemple en CE1:

Anticiper l'effet d'un découpage dans un papier plié.

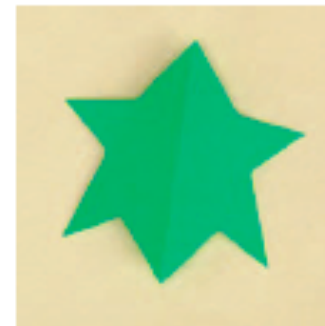
Vérification avec le matériel



découpage 1



découpage 2



étoile A



étoile B

★ Situations de **prévision**

CP : comprendre que le nombre permet de repérer une position dans une file

Puis reprise à l'écrit



1 Voici les cailloux de Rose : 
Sur quelle carte arrive-t-elle ?  Dessine-la. 

2 Les cartes sont retournées.



 Entoure le dessin de la carte .



 Entoure le dessin de la carte .



CE1 : Partages en respectant des contraintes

Partager une collection en respectant des contraintes

CALCUL MENTAL

Photo de la manipulation



DÉCOUVRONS ENSEMBLE

1 Il faut répartir 26 images dans 5 enveloppes.
Chaque enveloppe doit contenir 4, 5 ou 6 images.
Voici les propositions des enfants.



Qui a trouvé une bonne solution ?



2 Il faut répartir 14 images dans 3 enveloppes.
Chaque enveloppe doit contenir 4, 5 ou 6 images.
Trouve une solution.



CM1 : Introduction de la division

Scénario :

Répartir 175 objets dans des boîtes de 12.

Consigne : « *Vous devez prévoir par le calcul le nombre de boîtes nécessaires. Une fois vos prévisions effectuées, nous vérifierons en utilisant les objets et les boîtes* ».

Recensement des prévisions.

Organisation du remplissage (par les plus forts) des boîtes pour vérifier

Recherche des raisons qui conduisent au résultat juste

Synthèse :

L'introduction de la division euclidienne :

$$a = b \times q + r \text{ avec } r < b$$

Puis reprise individuelle

DÉCOUVERTE

Un fermier vend régulièrement les œufs de ses poules sur les marchés.

- 1 Mardi, il prépare 32 boîtes contenant chacune 6 œufs et il lui reste 4 œufs.
Combien d'œufs avait-il au départ ?
- 2 Jeudi, il veut présenter 352 œufs sur des plateaux pouvant contenir 24 œufs.
Prévois par le calcul le nombre de plateaux nécessaires.
- 3 Samedi, il a 234 œufs qu'il veut présenter dans des corbeilles.
Il dispose de 13 corbeilles contenant le même nombre d'œufs.
Prévois par le calcul le nombre d'œufs pour chaque corbeille.



★ dans toutes ces situations

- **le rôle du matériel et de la manipulation** est contrôlé

- Manipulation pour comprendre le problème, mais non pour le résoudre.

- Manipulation pour soutenir une réflexion mais non pour l'éviter

- Manipulation pour valider des hypothèses, des prévisions ou des calculs

- **le langage écrit ou oral** a une fonction

non seulement d'accompagnement ou de description de l'action, mais aussi

- d'aide à la pensée,

- de communication,

- ou d'aide mémoire

★ Un **étayage** tout au long du processus de dévolution

C'est ici que se joue la différenciation :

- étayage très important pour les uns :
 - . lecture par l'enseignant,
 - . apports d'aides prévues à l'avance sous forme de messages donnant des indices supplémentaires ...
- reformulation pour d'autres
- travail autonome pour certains

2. Une attention particulièrement soutenue aux phases de synthèse et d'institutionnalisation

Un exemple :

La mise en place de **situations de rappel** et la construction d'une **histoire commune** et d'une **mémoire collective**

Buts:

- Distanciation progressive par rapport à l'action
- Décontextualisation progressive
- Débats entre élèves
- Savoirs de référence communs
- Aide à la mémorisation
- Aide à la structuration des connaissances

3. Un temps d'entraînement systématique

- mise en réseau des connaissances
- tissage entre connaissances nouvelles et anciennes
- approche spiralaire des notions

C'est ici aussi que le **travail individualisé et différencié** prend tout son sens

- ☆ Choix de manuels scolaires plutôt que de fiches issues de diverses sources pour assurer la cohérence des apprentissages
 - dans le temps
 - entre élèves
 - pour chaque élève

★ Situations articulées entre elles dans une approche spiralaire

un exemple: la soustraction au CE1

Période 1

10 La soustraction, enlever

18 *Je revois ce que j'ai appris*

26 **Problèmes** : addition, soustraction (1)

Période 2

32 Les dizaines : additionner, soustraire des dizaines

35 *Je revois ce que j'ai appris*

40 *Je revois ce que j'ai appris*

41 Soustraire un nombre entre 1 et 10

42 **Problèmes** addition, soustraction (2)

46 Les tables de soustractions

50 *Je revois ce que j'ai appris*

54 *Je revois ce que j'ai appris*

57 **Problèmes** addition, soustraction (3)

Période 3

63 La soustraction : conservation des écarts (1)

66 *Je revois ce que j'ai appris*

67 La soustraction conservation des écarts (2)

68 La soustraction : calcul réfléchi (1)

69 La soustraction : calcul réfléchi (2)

71 *Je revois ce que j'ai appris*

72 **Problèmes** lier grandeurs et opérations (1)

80 *Je revois ce que j'ai appris*

81 La soustraction : la technique en colonnes

84 *Je revois ce que j'ai appris*

85 La calculatrice effectuer, vérifier des calculs (1)

86 **Problèmes** lier grandeurs et opérations (2)

Période 4

96 *Je revois ce que j'ai appris*

100 *Je revois ce que j'ai appris*

110 *Je revois ce que j'ai appris*

116 **Problèmes** : lier grandeurs et opérations (4)

Période 5

130 *Je revois ce que j'ai appris*

132 **Problèmes**, lier grandeurs et opérations (5)

140 *Je revois ce que j'ai appris*

143 **Problèmes** : lier grandeurs et opérations (6)

★ **Le calcul mental**

son rôle est fondamental dans l'entraînement

Le calcul mental permet de :

- Mémoriser des « faits numériques »
- Rendre les nombres familiers
- Multiplier les exercices indispensables d'entraînement (sur des tâches « simples et isolées »)
- Accroître la flexibilité des connaissances
- Accroître la concentration et de développer la mémoire

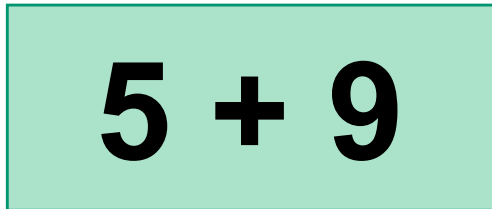
Il doit être le plus souvent possible motivant et ludique

Il doit être un moment de travail sans stress, sans évaluation directe (on peut se tromper, passer son tour...)

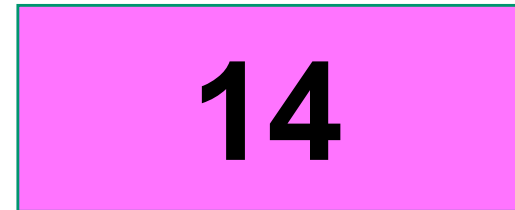
Des exemples

- Mémoriser les tables : jeux de recto verso

Recto


$$5 + 9$$

Verso


$$14$$

- Accroître la mémoire et la concentration : jeux de mémoire
- Renforcer le statut de nombres des décimaux et des fractions
- Multiplier les exercices d'entraînement : jeu de la tirelire, jeu du poney, jeu de la centaine, jeu des intrus, jeu du furet
- Rendre les nombres familiers : « jeux du tout sur », jeux de cible, jeux de portraits
- Accroître la flexibilité des connaissances : résolution de problèmes oraux

4. L'aide individualisée

Un constat,

dans le système didactique principal sur un thème donné, certains élèves sont en position d'échec ponctuel, ne profitent pas de ce qui se passe

Des résultats de recherche convergents, depuis plus de 15 ans:

« les effets des dispositifs d'aide sur les progressions scolaires sont peu probants »

Des hypothèses explicatives

- L'aide individualisée (AI) : système didactique auxiliaire qui « déresponsabilise » l'élève ?
- L'aide individualisée porte davantage sur de l'ancien que sur du nouveau
- L'aide individualisée : lieu de glissements méthodologiques
- L'aide individualisée : risque de perte de la nécessaire flexibilité des connaissances dans la mise en œuvre de procédures

Des propositions pour plus d'efficacité

Les difficultés doivent être analysées du point de vue des connaissances pour pouvoir être traitées par des décisions didactiques par opposition à des interventions pédagogiques, psychologiques ou autres

- En amont du nouveau « chapitre »

Evaluation diagnostic sur les connaissances anciennes mobilisées dans le nouveau chapitre
en AI : **consolidation** de ces connaissances anciennes adaptée à chaque élève

- Pendant la séquence d'apprentissage

Une responsabilisation entière de tous les élèves sur des **tâches consistantes les mêmes pour tous**

En AI : **activités similaires** ayant le même enjeu d'apprentissage et non explication

- Après la séance d'apprentissage

Évaluation à chaud

En AI : reprise de l'étude à travers un **assortiment d'exercices** que l'élève doit « préparer » en autonomie pour soutenir l'étude de la « technique »

Évaluation différée (banque d'exercices)

Pour que les efforts engagés par l'élève puissent être reconnus et appréciés

Conclusion

Il est important de permettre aux élèves en difficulté en lecture de devenir « bons élèves » en mathématiques !

Ce sont dans **les situations de prévision ou d'anticipation** que le développement de la pensée mathématique peut s'effectuer

Les opérations arithmétiques sont introduites dans le cadre de la résolution de problèmes dont elles sont un outil de modélisation

Le travail sur des algorithmes de calcul évolutifs permet de renforcer la compréhension de la numération, la mémorisation des faits numériques et participe à la construction du sens des opérations

Les difficultés des élèves peuvent être multiples, avoir de multiples causes, notre rôle est de les penser

- en termes didactiques, de manière à permettre à chacun de donner du sens à ce qu'il fait en mathématiques et de développer chez lui la curiosité et le plaisir d'apprendre.
- en termes pédagogiques, de manière à instaurer dans la classe un climat de confiance, de sérénité et de bienveillance permettant à chacun de prendre confiance en lui et en ses connaissances et d'oser dire ce qu'il ne comprend pas.

Rappelons que si notre rôle en tant qu'enseignant est de permettre à tous les élèves

- d'acquérir des compétences,
- de s'approprier des savoirs

Il est aussi de développer leur capacité

à penser,

à anticiper,

à raisonner

Pour qu'ils puissent utiliser leurs connaissances tout autant à l'extérieur de l'école qu'à l'intérieur et acquérir des attitudes nécessaires à tout citoyen



Il m'a paru qu'en général, on ne devrait rien enseigner aux enfants sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement, et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse.

Condorcet



Merci !